Title	スピン-ボソン系における非断熱効果と動的補償定理(基研長期研究計画「進化の力学への場の理論的アプローチ」報告,研究会報告)
Author(s)	都築, 俊夫
Citation	物性研究 (1990), 54(5): 565-575
Issue Date	1990-08-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/94126
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

スピン-ボソン系における非断熱効果と動的補償定理

東北大·理　都築 俊夫

§1. 序

相互作用している多自由度系の物理学とは、つまるところ、注目している自由度に対して残りの自由度を環境（熱浴）とみなし、後者の前者におよぼす断熱効果と非断熱効果を評価することといえよう。非断熱効果が弱い場合は解けた問題に分類される。即ち、断熱効果を静的に繰込んだ後、非断熱効果を摂動論によって評価する。今回話題とするスピン-ボソン系もこの範疇に属するとみなされ、完全に解けた系と信じられてきた。しかし、実のところこの系の本質について未だ何も分かっていなかったのであり、本質に至る鍵となる概念が「動的補償定理」であること、この定理により導かれたいくつかの結果について報告する。赤外カタストロフィは場の理論における基本概念のひとつである。動的補償定理はこれと並立する概念であり、問題とする系に応じてどちらが働くか見極めるべきである。

§2. スピン-ボソン系

スピン系は二準位系とし、そのエネルギー間隔を 2Δ とする。連結調和振動子系によって環境となるボソン系を表す。両系間の相互作用は双一次とする。

$$H = H_S + H_B + H_{S-B}, \tag{1}$$

$$H_S = -\Delta\sigma_x,$$

$$H_B = \sum_j \omega_j \left(b_j^+ b_j + \frac{1}{2}\right),$$

$$H_{S-B} = \frac{1}{2}\sigma_z\, u,$$

$$u = \sum_j \lambda_j (b_j + b_j^+). \tag{2}$$

ここで $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ はパウリ行列。ボソン系は巨視的であるとし、相互作用特性は

$$\sum_j \lambda_j^2 \delta(\omega_j - \omega) = 2\alpha J(\omega), \tag{3}$$

であるとする。α は無次元強度定数 $(\alpha > 0)$。エネルギー依存性 $J(\omega)$ は、(i) 赤外極限で ω^s で

零になる。ここで $s > 0$ 。(ii) 紫外領域で十分強く零となる。切断定数をω_cとする。本研究にとってこれらふたつの漸近条件で十分であるが、具体的に計算を実行する際

$$J(\omega) = \omega \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{s-1} \cdot e^{-\omega/\omega_c}, \tag{4}$$

と取る。

スピンの量子化軸を z方向に取る。もし相互作用が無ければ、スピンは特性時間 $1/2\Delta$ で反転運動をしている。相互作用が入ると、ボソンはスピンの向きに応じて振動中心を絶えず変えることになる。特性時間 $1/2\Delta$ との兼ね合いによって、$\omega_j > 2\Delta$ をもつ高エネルギーボソンはスピンの運動に追随出来るが、$\omega_j < 2\Delta$ の低エネルギーボソンは追随しがたい。前者がスピンの運動に対する断熱効果を、後者が非断熱効果を生み出す。

§3. 従来の考え方

ボソンはスピンの運動に完全に追随できると仮定してみよう。全系の基底状態は、$\sigma_z = 1$ の時の基底状態と$\sigma_z = -1$ の時の基底状態の対称和によって良く近似されよう。数学的にはユニタリー演算子 $U = \exp[\sigma_z v/2]$,

$$v = \sum_j \frac{\lambda_j}{\omega_j}(b_j^+ - b_j), \tag{5}$$

により H_{S-B}を消去して

$$\tilde{H} \equiv UHU^{-1} = \tilde{H}_S + \tilde{H}_B \tag{6}$$

$$\tilde{H}_S \equiv UH_SU^{-1} = -\frac{1}{2}\Delta\{e^v \cdot \sigma_+ + e^{-v} \cdot \sigma_-\}, \tag{7}$$

$$\tilde{H}_B \equiv U(H_B + H_{S-B})U^{-1} = \sum_j \omega_j \, b_j^+ b_j, \tag{8}$$

を扱う。ここで定数項を無視した。基底状態として

$$\Psi_G = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\uparrow, 0> + |\downarrow, 0>\}, \tag{9}$$

と近似すると、基底状態のエネルギーは

$$E_G \cong -\Delta \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_j \left(\frac{\lambda_j}{\omega_j}\right)^2\right] \tag{10}$$

となる。指数関数因子がデバイ・ワーラー因子又はフランツ・コンドン因子と呼ばれ、Δがこの因子だけ小さくなる。(3) を用いれば

$$\sum_j \left(\frac{\lambda_j}{\omega_j}\right)^2 = 2\alpha \int_0^\infty d\omega \frac{J(\omega)}{\omega^2}$$

だから、αが零でなければその値にかかわらず $s \leq 1$ で赤外発散し、$E_G = 0$ となる。 スピン系が元来持っていた量子力学的トンネルコヒーレンスが環境の赤外ボソンによって完全に破壊された（赤外破綻)。$s > 1$ の場合には弱められるが、コヒーレンスは生き残る。

特に $s = 1$ の場合、発散は対数的となり、場の理論の常識によれば繰込み可能である。物理的には先の完全に追随出来るという仮定が極端過ぎるのである。時々刻々の振動中心が完全追随の場合からずれる。数学的には先のユニタリー変換を (5) で与えられる vによってではなく

$$v' = \sum_j \frac{g_j}{\omega_j}(b_j^+ - b_j) \tag{11}$$

で行い、基底状態のエネルギーが最低となるよう変分により g_iを決める（断熱繰込み)。

$$\tilde{H}' = \tilde{H}'_S + \tilde{H}'_B + \tilde{H}'_{S-B} + E'_0,$$

$$\tilde{H}'_S = -\frac{1}{2}\Delta\{e^{v'}\cdot\sigma_+ + e^{-v'}\cdot\sigma_-\},$$

$$\tilde{H}'_B = \sum_j \omega_j b_j^+ b_j,$$

$$\tilde{H}'_{S-B} = \frac{1}{2}\sigma_z \sum_j (\lambda_j - g_j)(b_j + b_j^+),$$

$$E'_0 = \sum_j \left\{\frac{1}{4\omega_j}(\lambda_j - g_j)^2 + \frac{1}{2}\omega_j - \frac{\lambda_j^2}{4\omega_j}\right\}.$$

基底状態の波動関数を(9)と取ると、そのエネルギーは

$$E_G = -\Delta(0) + \sum_j \frac{(\lambda_j - g_j)^2}{4\omega_j},$$

$$\Delta(0) = \Delta \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_j \left(\frac{g_j}{\omega_j}\right)^2\right].$$

変分すれば

$$g_j = \frac{\omega_j}{\omega_j + 2\Delta(0)}\lambda_j, \tag{12}$$

$$g_j - \lambda_j = \frac{2\Delta(0)}{\omega_j + 2\Delta(0)}\lambda_j,$$

となり、$\Delta(0)$は

$$\frac{\Delta(0)}{\Delta} = \exp\left[-\frac{1}{2}\sum_j \left\{\frac{\lambda_j}{\omega_j + 2\Delta(0)}\right\}^2\right], \tag{13}$$

により自己無撞着に決まることになる。$\Delta(0) \neq 0$である限り赤外発散は除去される。

最も関心が持たれている $s = 1$ のばあいには$\Delta(0)$を解析的に与えることが出来(但し、$\omega_c \gg \Delta$)

$$\frac{\Delta(0)}{\Delta} = \left[\gamma \cdot e \cdot \frac{2\Delta}{\omega_c}\right]^{\alpha/(1-\alpha)}, \quad (1 > \alpha > 0), \tag{14}$$

$$= 0, \qquad (\alpha \geq 1)$$

となる。相互作用が強い時、赤外発散によってコヒーレンスは完全に破壊されるが、弱い時には赤外発散は除去され、コヒーレンスは生き残る。その臨界値α_cは

$$\alpha_c = 1, \tag{15}$$

となる。$\alpha < \alpha_c$の場合には

$$H'_{S-B} = \frac{1}{2}\sigma_z \sum_j \frac{2\Delta(0)}{\omega_j + 2\Delta(0)}\lambda_j(b_j + b_j^+), \tag{16}$$

が残っていることに注意しよう。$\omega_j \ll 2\Delta(0)$ なる遠赤外ボソンとの相互作用は元の相互作用H_{S-B}と本質的に同じであり、このエネルギー領域のボソンからの非断熱効果が残っている。

(12),(13) によって問題は解けたのであり、残留の非断熱効果は必要に応じて摂動論により適切に処理すればよいというのが従来の理解である。

しかしながら H'_{S-B}が残っている限り問題は解けていない。H'_{S-B} を摂動として扱えば、α がいかに弱くとも無限次数まで実行せねばならない。$\omega_j \ll 2\Delta(0)$ のボソンに関しては何ら繰込まれていないからである。この方向での研究の詳細は Leggett 達の総合報告 [1] を参照されたい。実時間経路積分法によっているから方法は異なるが、この系の今日までの研究の歴史、問題のむつかしさ等が詳しくまとめられている。

§4. 動的補償定理

本報告は熱浴（環境）という概念に付随する先入観を捨て、新しい発想をすることを求めようとする。スピン系とボソン系との相互作用はエネルギー的にも時系列的にも乱雑であり、そのためスピン系は$\omega_j < 2\Delta$なるボソンの放出によってエネルギー的に減衰せざるをえないと考えるのが常識であろう。他の多くの場合この常識は正当であろうが、スピン-ボソン系では相互作用は全く異なった様相を見せる。

完全追随という過剰近似におけるハミルトニアンとみなされて来た (6) が実はこの系の物理の本質を告げている [2-6] 。(7) で与えられる$\tilde{H}_S$はスピンの自由運動（$v=0$ としてえられる）とスピンと変位させられたボソン（以後単にボソンという）との相互作用との和である。注目すべきことは $\exp[\pm v]$ がコヒーレンドボソンの生成演算子 [7,8] であるということ。スピンの反転運動に伴ってすべての量子数のボソンがコヒーレントに励起される。従って遠赤外極限を含むいかなる量子数 jをもつボソンも単独であるいは合同で、スピン系の準位間隙 2Δを常に生み出せる。スピンはボソン系とエネルギー損得なしに反転運動出来るのである。

相互作用によりコヒーレントに励起された動的ゆらぎが零点ゆらぎによる赤外発散を補償する。

固有値問題を調べよう。全系の波動関数を

$$\Psi = \Psi^{(+)}|\uparrow> + \Psi^{(-)}|\downarrow>, \tag{17}$$

と書くと

$$(\tilde{H}_B - E)\Psi^{(+)} - \Delta \cdot e^{v}\Psi^{(-)} = 0, \tag{18}$$

$$(\tilde{H}_B - E)\Psi^{(-)} - \Delta \cdot e^{-v}\Psi^{(+)} = 0, \tag{19}$$

をうる。$\Psi^{(-)}$を消去すると

$$\left\{\tilde{H}_B - E - \Delta^2\ e^{v}\frac{1}{\tilde{H}_B - E}e^{-v}\right\}\Psi^{(+)} = 0, \tag{20}$$

となる。(20) をもとに、$\Psi^{(+)}$をボソン数表示して固有値方程式を構成してもよい。しかしその仕方は次の理由によって物理的に好ましい解法ではない。

(i) もし基底状態がトンネルコヒーレンスを維持しているとすれば（αが弱い時に期待される)、基底状態と対をなす励起状態が必ず存在する。これら一対の状態は対等に扱われねばならない。数学的にはエネルギー変数は $(\tilde{H}_B - E)^2$によって固有値方程式に現れるべきである。

(ii) もしトンネルコヒーレンスが破壊されているとすれば（αが強い時に期待される)、基底状態は二重縮退している故、固有値方程式は $(\tilde{H}_B - E)^2$の関数となるべきである。

(iii) 励起状態も対をなして構成されているから $(\tilde{H}_B - E)^2$の関数となるべきである。

このような固有値方程式は (18),(19) に左から $(\tilde{H}_B - E)$ を演算して作ることが出来る。

$$\{(\tilde{H}_B - E)^2 - \Delta^2\}\Psi^{(+)} = \Delta \cdot e^{v} \cdot (u + 2\alpha\Gamma_s\omega_c)\Psi^{(-)}, \tag{21}$$

$$\{(\tilde{H}_B - E)^2 - \Delta^2\}\Psi^{(-)} = -\Delta \cdot (u + 2\alpha\Gamma_s\omega_c) \cdot e^{-v}\Psi^{(+)}, \tag{22}$$

これらから$\Psi^{(-)}$を消去すれば

$$\{(\tilde{H}_B - E)^2 - \Delta^2\}\Psi^{(+)} = \Delta^2 \cdot \hat{M}\Psi^{(+)}, \tag{23}$$

$$\hat{M} = -e^{v} \cdot (u + 2\alpha\Gamma_s\omega_c)\frac{1}{(\tilde{H}_B - E)^2 - \Delta^2}(u + 2\alpha\Gamma_s\omega_c)e^{-v}, \tag{24}$$

をうる。ここでΓ_sはガンマ関数$\Gamma(s)$, u と vはそれぞれ (2) および (5) で与えられる（ただし変位させられたボソン表示)。ここでひとつ重要な注意をしておこう。交換関係

$$[u, v] = 4\alpha\Gamma_s\omega_c,$$

$$[\tilde{H}_B, v] = u$$

を用いれば、$\hat{M}$から$e^{\pm v}$を消去出来て

$$\hat{M} = -(u - 2\alpha\Gamma_s\omega_c)\frac{1}{(\tilde{H}_B - E + u + 2\alpha\Gamma_s\omega_c)^2 - \Delta^2}(u - 2\alpha\Gamma_s\omega_c), \tag{25}$$

と表すことが出来る。しかしこの表式は、コヒーレントに励起されているボソンを非コヒーレントボソンで表示するものであり、系の物理の本質を見失ってしまう。初めから(25)と書いてしまえば、二次摂動より高次の計算をしようという元気も出ないだろう。

ボソン数状態$|\vec{n}>=\Pi_j|n_j>, |n_j>=(n_j!)^{-1/2}(b_j^+)^{n_j}|0>, b_j|0>=0$による(24)の行列要素は容易に計算できる。詳細は論文[2]を見ていただくことにして、結果を書くと

$$M(\vec{n},\vec{n}') \equiv <\vec{n}|\hat{M}|\vec{n}'>$$

$$= \frac{1}{2\Delta}\int_0^\infty dx \sin(\Delta\cdot x)\{K(\vec{n},\vec{n}')e^{-iEx-w(x)} + c.c.\}, \tag{26}$$

$$w(x) = \sum_j \left(\frac{\lambda_j}{\omega_j}\right)^2 \{1 - e^{i\omega_j x}\}, \tag{27}$$

$$K(\vec{n},\vec{n}') = \lim_{\vec{z}\to 0}\lim_{\vec{y}\to 0}\left\{\prod_j (n_j!\cdot n_j'!)^{-1/2}\left(\frac{\partial}{\partial z_j}\right)^{n_j}\left(\frac{\partial}{\partial y_j}\right)^{n_j'}\right\}$$

$$\times \exp\left[\sum_l \left\{\frac{\lambda_l}{\omega_l}(1 - e^{i\omega_l x})(z_l + y_l) + e^{i\omega_l x} z_l y_l\right\}\right]$$

$$\times \left[\sum_l \lambda_l^2 e^{i\omega_l x} + \sum_l \left\{\lambda_l(z_l + y_l e^{i\omega_l x}) - \frac{\lambda_l^2}{\omega_l} e^{i\omega_l x}\right\}\right.$$

$$\left.\times \sum_k \left\{\lambda_k(z_k e^{i\omega_k x} + y_k) - \frac{\lambda_k^2}{\omega_k} e^{i\omega_k x}\right\}\right], \tag{28}$$

となる。まず(27)を見よう。$w(x)$の右辺の第一項が零点ゆらぎの寄与であり、前に説明したデバイ・ワーラー因子を与えたものである。第二項がコヒーレントに励起されたボソンからの寄与である。遠赤外極限で後者は前者を完全に打ち消す。(4)を用いて$w(x)$を具体的に表すと

$$w(x) = 2\alpha\Gamma_{s-1}\left\{1 - \frac{1}{(1 - i\omega_c x)^{s-1}}\right\}, \qquad (s > 1)$$

$$= 2\alpha \cdot \ln(1 - i\omega_c x), \qquad (s = 1)$$

$$= \frac{2\alpha\Gamma_s}{1-s}\{(1 - i\omega_c x)^{1-s} - 1\}, \qquad (1 > s > 0)$$

となる。$K(\vec{n}, \vec{n}')$ を見よう。まず $K(0,0)$ は

$$K(0,0) = \sum_j \lambda_j^2 e^{i\omega_j x} + \left\{ \sum_j \frac{\lambda_j^2}{\omega_j} e^{i\omega_j x} \right\}^2$$

$$= \frac{2\Gamma_{s+1}\alpha\omega_c^2}{(1 - i\omega_c x)^{s+1}} + \left\{ \frac{2\Gamma_s \alpha\omega_c}{(1 - i\omega_c x)^s} \right\}^2$$

となり赤外発散はない。一般の K についても赤外領域で発散をもたらす因子はどこにもない。このように $M(\vec{n}, \vec{n}')$ は赤外発散を全く含まない。即ち、補償は完全である。この目覚しい性質を「動的補償定理」と名付けた。

この定理の威力は大きく、相互作用の効果をほとんど尽くしている。このため $M(\vec{n}, \vec{n}')$ の非対角要素を無視する近似で基底状態を求めても良好な結果をうることが出来る（白色極限 $\omega_c/2\Delta \to \infty$ で正確となる [9] ）。数値計算の結果は [2] を見られたい。著しい結果をひとつ挙げると、相互作用の強さ α の臨界値は

$$\alpha_c = \frac{1}{2}, \qquad \left(\frac{\omega_c}{2\Delta} \to \infty\right) \tag{29}$$

となる。前出の断熱繰込みの結果 $\alpha_c = 1$ と較べて大きく変動した。

スピン系がもともと持っていた量子力学的トンネルコヒーレンスはどのように弱められあるいは破壊されるのだろうか。エネルギー的散逸が主因と考えられないことは既に述べた。相互作用が量子数 j で区別されるコヒーレントボソン（位相が揃っている）の積となっているから、状態空間を広範に使う相互作用過程が主要となる。コヒーレントボソン間の位相のミスマッチがスピン系のもつ量子コヒーレンス破壊の原因となる。

§5. 状態和

有限温度になると零点ゆらぎの他に熱力学的ゆらぎが問題となる。動的補償定理は零点ゆらぎに対してばかりでなく、熱力学的ゆらぎに対しても独立に働くのである [10,11] 。しかもこの定理

が作用した結果、二種類のゆらぎの赤外領域での寄与のエネルギー依存性は同じになる。この定理を考えない場合には熱力学的ゆらぎの寄与は零点ゆらぎの寄与より赤外領域で強く発散することを想起すれば極めて興味深い。後の性質は統計力学の基本命題「一次元および二次元系において、有限温度では熱力学的ゆらぎによって、絶対零度では零点ゆらぎによって秩序状態は存在しえない」の基礎であった。

動的補償定理を適用して系の状態和 $Z(\beta)$ を求めることは論文 [10,11] でなされた。結果を書くと

$$Z(\beta) = \mathrm{Tr}\, e^{-\beta \tilde{H}} = 2U(\beta) \cdot Z_B(\beta), \tag{30}$$

$$U(\beta) = \cosh \beta\Delta + \sum_{l=1}^{\infty} U_l(\beta), \tag{31}$$

$$U_l(\beta) = \int_0^{\beta} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \cdots \int_0^{\tau_{2l-1}} d\tau_{2l} \Xi_l(\beta, \tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_{2l}) \times \exp[\Phi_{2l}(\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_{2l})], \tag{32}$$

$$\Phi_{2l}(\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_{2l}) = \sum_{j=1}^{2l-1} \sum_{k=j+1}^{2l} (-)^{j+k} W_T(\tau_j - \tau_k), \tag{33}$$

$$W_T(\tau) = W(\tau) + \delta W_T(\tau), \tag{34}$$

$$W(\tau) = \sum_j \left(\frac{\lambda_j}{\omega_j}\right)^2 \{1 - e^{-\tau\omega_j}\}, \tag{35}$$

$$\delta W_T(\tau) = 2\sum_j \left(\frac{\lambda_j}{\omega_j}\right)^2 \cdot \frac{1 - \cosh \tau\omega_j}{e^{\beta\omega_j} - 1}, \tag{36}$$

$$\Xi_l(\beta, \tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_{2l}) = \{\prod_{k=1}^{l} \sinh(\tau_{2k-2} - \tau_{2k-1})\Delta \cdot \sinh(\tau_{2k-1} - \tau_{2k})\Delta\} \times \cosh \tau_{2l}\Delta \cdot \frac{\partial}{\partial\tau_1}\frac{\partial}{\partial\tau_2} \cdots \frac{\partial}{\partial\tau_{2l}}. \tag{37}$$

いくつかのコメント。(30) において因子 2 はスピン多重度。(31) の第一項は二準位系の状態和の半分、従って U_l の和は相互作用効果全体を表す。(34) において $W(\tau)$ と $\delta W_T(\tau)$ はそれぞれ零点ゆらぎおよび熱力学ゆらぎの動的補償を表す。従って、(32) において Ξ_l 中の双曲線関数の積がスピン系固有の量子コヒーレンスの効果を、$\exp[\Phi_{2l}]$ がボソン系からのコヒーレンス破壊効果を表し、それらが競合している。

§4 で説明したこと、即ち、ここでは $U(\beta)$ を β の二階微分方程式から求めるか、一階微分方程式から求めるかとうい問題がある。(31) は二階微分方程式から求めた。もし一階微分方程式から求めるとすると

$$U(\beta) = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} U_l^l(\beta), \tag{38}$$

$$U_l^l(\beta) = \Delta^{2l} \int_0^{\beta} d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \cdots \int_0^{\tau_{2l-1}} d\tau_{2l}\ e^{\Phi_{2l}(\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_{2l})}, \tag{39}$$

となる。これも正確級数表現ではあるが、局在状態（量子コヒーレンスが完全破壊された状態）に肩入れし過ぎた表式である。実際 (31) から (38) を導くためには高温極限 $T \gg \Delta$ の条件が必要である。(38) は近藤系に対して Anderson と Yuval[12,13] が導いた正確状態和と本質的に同じであるが、彼等の表式は全温度領域で有効であると主張されているのに対して、(38) は高温極限に限られる。級数形ではなく、閉じた表式を得ることが望まれる。

基底状態の計算において採用した対角近似に、絶対零度に近づくとともに、連続的につながる切断近似を (31) に適用して熱力学を調べてみると [14]、スピン系の有効エネルギー間隙は $T < \Delta$ において温度にほとんど依らないことが分かる。相互作用効果は基底状態で尽くされていることを意味する。

§6. 終りに

動的補償は場の理論にとって新しい概念である。それはスピン-ボソン系において端的に作用した。動的ゆらぎがコヒーレントに励起されるとみなされる系は他にも多くある。それらの系を動的補償の概念によって研究することは興味深く、かつ意義あることであろう。

謝辞： 本研究は文部省科学研究費補助金一般研究C（６３５４０２６９）の援助によりなされた。ここに感謝いたします。

参考文献

1. A.J. Leggett, S. Chakaravarty, A. T. Dorsey, M.P.A. Fisher, A. Garg and W. Zwerger, Rev. Mod. Phys. **59** (1987), 1.
2. T. Tsuzuki, Prog Theor. Phys. **82** (1989), 917.
3. T. Tsuzuki, Solid State Commun. **71** (1989), 813.
4. T. Tsuzuki, Prog. Theor. Phys. **81** (1989), 770.
5. 都築 俊夫、科研費補助金研究成果報告書「巨視的量子コヒーレンスへの環境効果の動的理論」(平成2年3月)。
6. 都築 俊夫、物性研究 **52** (1989), 513 ; 素粒子論研究 **80** (1990),D97. 同一の基研研究会報告。
7. R.J. Glauber, Phys. Rev. **131** (1963), 2766.
8. P. Carruthers and M. M. Nieto, Rev. Mod. Phys. **40** (1968), 411.
9. T. Tsuzuki, Prog. Theor. Phys. **83** (1990), 29.
10. T. Tsuzuki, Solid State Commun. **74** (1990), 743.
11. T. Tsuzuki, Prog. Theor. Phys. **84** (1990), No.1.
12. P.W. Anderson and G. Yuval, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 89.
13. G. Yuval and P.W. Anderson, Phys. Rev. **B1** (1970), 1522.
14. T. Tsuzuki, Prog. Theor. Phsy. (投稿中) .